

7. Énoncés des exercices

Exercice 3.1 f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5 - 3|x|$. Étudier la parité de f et en déduire une interprétation graphique. Déterminer les coordonnées des points où la courbe représentative de f croise la première diagonale d'équation $y = x$.

Exercice 3.2 Résoudre les inéquations :

1. $|x - 3| \leq 5$
2. $|x + 4| > 5$

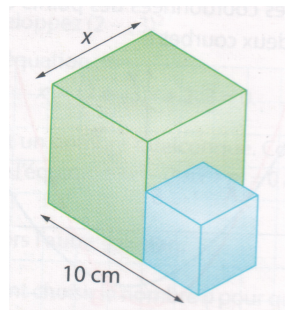
Exercice 3.3 On définit la fonction $f : x \mapsto |4x - 1| + |2x - 8|$

1. Tracer la courbe représentative de f sur votre calculatrice
2. (a) Dresser le tableau de signes de la fonction $x \mapsto 4x - 1$
(b) Donner l'expression de $|4x - 1|$ en fonction de x , sans utiliser de valeurs absolue, mais en différenciant plusieurs cas selon la valeur de x .
(c) Même question pour $x \mapsto |2x - 8|$
3. En déduire une expression de f sans utiliser de valeur absolue, mais en différenciant plusieurs cas (plusieurs intervalles) selon la valeur de x .
4. Déterminer les variations de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 3.4 Dans chacun des cas suivants, écrivez le trinôme $f(x)$ sous sa forme canonique.

- (a) $f(x) = x^2 + 6x$
- (b) $f(x) = -3x^2 + 6x - 2$
- (c) $f(x) = x^2 + x - 1$
- (d) $f(x) = 2x(x - 3)$

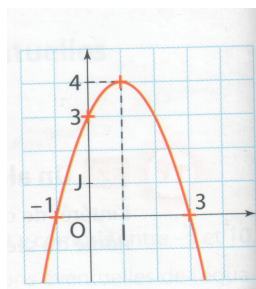
Exercice 3.5 Les deux cubes sont tels que la somme des mesures de leurs côtés est égale à dix centimètres. On note x la mesure du côté de l'un d'entre eux.



Déterminez la valeur de x pour laquelle la somme des volumes des deux cubes est minimale.

Exercice 3.6 On donne le trinôme : $f(x) = (x^2 - 9) - 2(x - 3)(x + 2)$

- 1 (a) Développez et réduisez $f(x)$.
(b) Quelle est sa forme canonique ?
- 2 (a) Factorisez $f(x)$.
(b) Résolvez l'équation $f(x) = 0$.
- 3 En exploitant les résultats des questions précédentes, précisez quels sont les arguments qui vous permettent de conjecturer que la parabole ci-dessous est une représentation graphique de la fonction f .



Exercice 3.7 L'objectif de cet exercice est de vous aider à prendre du recul par rapport à l'outil (certes très efficace) qu'est la méthode du discriminant : si l'on peut facilement factoriser l'expression pour la transformer en produit nul, on n'a pas besoin d'utiliser le discriminant...

Résolvez les équations suivantes, SANS calculer le discriminant :

a) $x^2 - 9 + 4(x + 3) = 0$

c) $(7 - 2x)^2 + 1 = 0$

Exercice 3.8 Résolvez les équations suivantes, en calculant éventuellement le discriminant :

a) $-3x^2 + 7x + 1 = 0$

b) $3x^2 + \sqrt{12}x + 1 = 0$

Exercice 3.9 Résolvez l'équation suivante :

$$x(x + 4) + 8 = 0$$

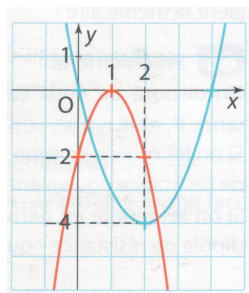
Exercice 3.10 Résolvez l'équation suivante :

$$2(1 - 3u) = u^2 - 3(2u + 1)$$

Exercice 3.11 Écrivez le trinôme suivant sous la forme d'un produit de facteurs du premier degré :

$$B(x) = -3x^2 + 4x + 4$$

Exercice 3.12 f et g sont deux fonctions trinômes définies sur $\mathbb{R}$. Le discriminant de $f(x)$ est positif et celui de $g(x)$ est nul. On a tracé ci-contre les courbes représentatives de f et g .



1) Attribuez sa courbe à chaque fonction.

2.a) Pourquoi $f(x)$ est-elle de la forme $ax(x - 4)$?

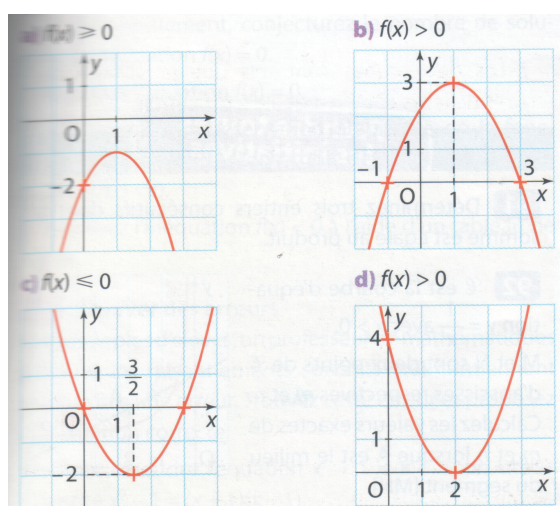
2.b) A l'aide des renseignements portés sur la figure, trouvez la valeur de a .

3.a) Pourquoi $g(x)$ est-elle de la forme $a(x - 1)^2$?

3.b) Calculez a .

Exercice 3.13 Chacune des courbes ci-dessous représente une fonction trinôme.

Dans chaque cas, résolvez l'inéquation proposée.



Exercice 3.14 Étudiez le signe du trinôme ci-dessous, suivant les valeurs de x .

$$A(x) = (x^2 - 4) - 3(x + 2)(x - 1)$$

Exercice 3.15 Étudiez le signe des trinôme ci-dessous, suivant les valeurs de x .

a) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 6x + 16$

b) $g(x) = x^2 - x + 1$

Exercice 3.16 Résolvez l'équation ci-dessous :

$$-3t^2 - \frac{9}{2}t + 3 \leq 0$$

Exercice 3.17 Le poids de l'astronaute.

Le poids diminue avec l'altitude. Ainsi, si la masse d'un astronaute est 60kg, son poids (en N) à l'altitude x (en km) est donné par :

$$P = 60 \times 9,8 \times \left(\frac{6400}{6400 + x} \right)^2$$

A quelle altitude le poids de l'astronaute sera-t-il inférieur à 25N ?